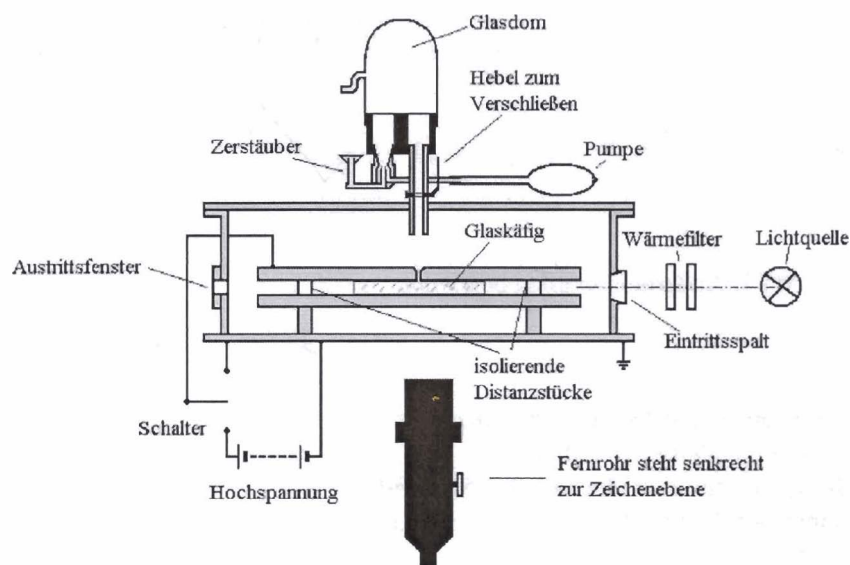


Fortgeschrittenes physikalisches Praktikum Millikan-Versuch

Aufgabenstellung:

In diesem Experiment sollte die Ladung von Öltröpfchen untersucht werden, um Rückschlüsse auf die Größe der Elementarladung zu erlauben.

Messaufbau:



Messprinzip:

Um geladene Öltröpfchen in den Kondensatorzwischenraum zu leiten, wurden sie mit einer Handpumpe zerstäubt und dabei geladen. Sie bewegten sich durch das geöffnete Ventil zwischen die ungeladenen Kondensatorplatten. Nach dem Anschalten des Kondensators wirkt auf die Tröpfchen eine elektrische Kraft (Coulombkraft), welche die Gravitation überlagert. Außerdem wirken auf die Tröpfchen noch Stokessche Reibung und der Auftrieb.

Zur Bestimmung der Ladung wurde für 10 Tröpfchen je Steigzeit (durch das elektrische Feld entgegen der Gravitation), Fallzeit und Schwebespannung.

Formeln:

$$F_G = m_{\text{Öltröpfchen}} g$$

$$F_A = -m_{\text{Luft}} g$$

$$\text{wirkende Kräfte: } F_{\text{Stokes}} = -\frac{6\pi\eta r v}{1 + \frac{Kl}{r}}$$

$$F_{el} = \frac{-qU}{d}$$

g	Fallbeschleunigung
m_{Luft}	Masse der Luft mit dem gleichen Volumen wie das des Öltröpfchens
v	Geschwindigkeit des Öltröpfchens
r	Radius des Öltröpfchens
η	Viskosität der Luft
K	Konstante, $\approx 0,86$
l	mittlere freie Weglänge der Luftmoleküle

- a Abstand der Kondensatorplatten
 U Spannung zwischen den Kondensatorplatten
 q Ladung des Öltröpfchens

Tröpfchenradius:
$$r = -\frac{B}{2p} + \sqrt{\frac{B^2}{4p^2} + \frac{9\eta s}{2(\rho_{\text{Öl}} - \rho_{\text{Luft}})g \cdot t_F}}$$

B Konstante, $(6,25 + 0,027 \cdot (T - 23^\circ\text{C}) \text{ K}^{-1}) \cdot 10^{-5} \text{ Torr m}$

p Luftdruck

ρ Dichte

t_F Fallzeit

Ladung durch Steig und Fall-Methode:
$$e_n = \frac{18\pi\eta ds}{U} \sqrt{\frac{\eta s}{2g(\rho_{\text{Öl}} - \rho_{\text{Luft}})t_F}} \left(\frac{1}{t_F} + \frac{1}{t_S} \right) \left(1 + \frac{B}{pr} \right)^{\frac{3}{2}}$$

t_S Steigzeit

Ladung durch Schwebespannung:
$$q_{\text{Schweb}} = -\frac{4\pi r^3 g \cdot d}{3U} (\rho_{\text{Luft}} - \rho_{\text{Öl}})$$

Messergebnisse:

Gemessen wurde am Versuchszplatz MV1. Außerdem wurden bestimmt:

- Druck $p = (756,05 \pm 0,98) \text{ Torr}$
- Temperatur $T = (19 \pm 0,5) ^\circ\text{C}$

Anhand der Tabellen und Diagramme am Versuchszplatz ermittelten wir

- Viskosität von Luft $\eta = (1,8190 \pm 0,0009) 10^{-5} \text{ Pa s}$
- Dichte $\rho_{\text{Öl}} = (880,2 \pm 0,36) \text{ kg/m}^3$ und $\rho_L = (1,180 \pm 0,005) \text{ kg/m}^3$
- Entfernung der Markierungen auf der Objektseite $s = (9,76 \pm 0,04) 10^{-3} \text{ m}$
- Plattenabstand $d = (16,1 \pm 0,01) 10^{-3} \text{ mm}$

Übersicht der Messergebnisse:

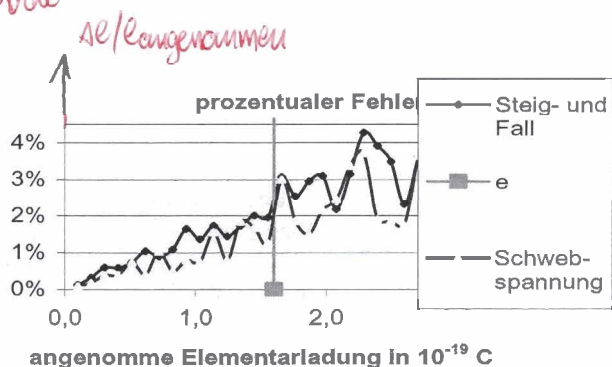
	U_{Steig}	Steig 1	Fall 1	Steig	Fall	Steig	Fall	Steig	Fall	Steig	Fall	Steig	Fall	Steig	Fall	Steig	Fall	Steig	Fall	U_{Schweb}
Teilchen 1	4,0	14,4	12,6	14,5	12,6	14,7	12,6	14,6	12,8	14,7	12,2	14,9	12,4	15,2	12,6	15,0	12,6	15,2	12,6	
Teilchen 2	4,0	21,1	16,1	21,4	15,8	21,2	15,8	21,3	15,7	21,5	15,9	21,2	15,9	21,0	15,8	21,4	16,0	21,3	15,9	
Teilchen 3	4,0	39,1	31,2	38,2	31,3	38,5	31,2	38,9	31,3	38,4	31,1	38,8	31,2	39,0	31,3	39,2	31,2	39,1	31,2	0,95
Teilchen 4	4,0	57,1	41,2	57,2	41,1	57,0	41,2	57,1	41,1	57,0	41,1	57,2	41,2	57,3	41,1	57,1	41,1	57,0	41,0	1,46
Teilchen 5	4,0	33,3	24,6	32,8	24,5	33,1	24,6	32,9	24,6	33,2	24,5	33,1	24,6	33,1	24,6	33,4	24,5	33,0	24,5	1,43
Teilchen 6	4,0	47,3	23,0	46,2	23,1	20,1	23,1	20,3	23,2	20,1	23,1	20,0	23,0	20,2	23,1	20,2	23,1	20,1	23,1	1,70
Teilchen 7	4,0	18,2	15,9	18,1	16,0	18,0	15,9	18,3	16,0	18,1	15,9	18,2	15,9	18,0	16,0	18,2	15,9	18,1	16,0	0,57
Teilchen 8	4,0	12,4	10,2	12,3	10,2	12,2	10,2	12,3	10,2	12,4	10,2	12,3	10,1	12,3	10,2	12,3	10,2	12,2	10,2	0,85
Teilchen 9	4,0	32,0	23,1	32,0	23,1	32,1	23,1	32,2	23,2	32,0	23,1	32,0	23,2	31,2	23,1	31,0	23,1	32,1	23,1	1,53
Teilchen 10	4,0	62,8	36,7	63,6	36,8	63,2	36,7	62,8	36,8	62,9	36,7	62,8	36,8	63,0	36,7	62,9	36,7	62,5	36,8	2,87

Die Werte in den „Steig“ und „Fall“-Spalten sind die Zeiten für die Bewegung eines Öltröpfchens von einer Markierung zur anderen in Sekunden. Die Werte in den U-Spalten sind Spannungen in kV. Für den Fehler von U_{Schweb} wird $\Delta U_{\text{Schweb}} = 200 \text{ V}$ angenommen.

Auswertung:

Mittels der obigen Formeln ergibt sich:

	t_{Fall} in s	t_{Steig} in s	r in m	q_{Schweb} in C	e_n in C
Teilchen 1	12,5	14,8	$2,15 \cdot 10^{-6}$		$51,69 \cdot 10^{-19}$
Teilchen 2	15,9	21,3	$1,91 \cdot 10^{-6}$		$33,99 \cdot 10^{-19}$
Teilchen 3	31,2	38,8	$1,35 \cdot 10^{-6}$	$15,00 \cdot 10^{-19}$	$12,50 \cdot 10^{-19}$
Teilchen 4	41,1	57,1	$1,17 \cdot 10^{-6}$	$6,38 \cdot 10^{-19}$	$7,80 \cdot 10^{-19}$
Teilchen 5	24,5	33,1	$1,53 \cdot 10^{-6}$	$14,44 \cdot 10^{-19}$	$17,45 \cdot 10^{-19}$
Teilchen 6	23,1	26,1	$1,57 \cdot 10^{-6}$	$13,34 \cdot 10^{-19}$	$20,74 \cdot 10^{-19}$
Teilchen 7	15,9	18,1	$1,90 \cdot 10^{-6}$	$70,02 \cdot 10^{-19}$	$36,39 \cdot 10^{-19}$
Teilchen 8	10,2	12,3	$2,39 \cdot 10^{-6}$	$93,56 \cdot 10^{-19}$	$70,11 \cdot 10^{-19}$
Teilchen 9	23,1	31,8	$1,57 \cdot 10^{-6}$	$14,79 \cdot 10^{-19}$	$18,94 \cdot 10^{-19}$
Teilchen 10	36,8	62,9	$1,24 \cdot 10^{-6}$	$3,86 \cdot 10^{-19}$	$8,53 \cdot 10^{-19}$



In dem Diagramm wurde eine Elementarladung angenommen, aus der sich durch Rundung eine natürliche Zahl n von Ladungen ergibt, die auf einem Öltröpfchen sitzen müssen. Anschließend wurde der Mittelwert der prozentualen Abweichung

$$\frac{\Delta e}{e_{\text{angenommen}}} = \left| 1 - \frac{q_{\text{Schweb}}}{\text{AufGanzeZahlRunden}(q_{\text{Schweb}} / e_{\text{angenommen}})} \right| \cdot \frac{1}{e_{\text{angenommen}}}$$

bzw. $\Delta e = |e_{\text{ang}} - \frac{q}{R(q/e_{\text{ang}})}|$
 $R \dots$ Rundungsfunktion

für jedes der 10 bzw. 8 Teilchen gebildet und eingetragen. Leider befindet sich der tatsächliche Wert für die Elementarladung nicht in der unmittelbaren Nähe eines eindeutigen Minimums. Allerdings liefert diese Darstellung zumindest eine ungefähre Obergrenze für die Größe der Elementarladung, da der Fehler für größere Ladungen stark ansteigt.

Die Ergebnisse für die Ladungen aus den beiden Methoden weisen zum Teil erhebliche Unterschiede auf.

Fehlerrechnung:

Die Fehlerrechnung für e_n wird nun exemplarisch anhand des Teilchens 3 durchgeführt.

Dafür sollen die Abkürzungen

$$\rho = (\rho_{\text{Öl}} - \rho_{\text{Luft}}) = 879,0 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$W = \sqrt{\frac{B^2}{4p^2} + \frac{9\eta s}{2\rho g \cdot t_F}} = 1,724 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

$$\Delta t_F = 2 \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (t_F^{(i)} - \bar{t}_F)^2} = 0,58 \text{ s}$$

$$\Delta B = 2,7 \cdot 10^{-7} \cdot \Delta T$$

eingeführt werden. Es gilt:

$$\Delta r = \left| \frac{(2BW + \frac{B^2}{p})(\frac{\Delta p}{p} + \frac{\Delta B}{B})}{4Wp} \right| + \left| \frac{9\eta s (\frac{\Delta \eta}{\eta} + \frac{\Delta s}{s} + \frac{\Delta t_F}{t_F} + \frac{\Delta \rho_{\text{Öl}} + \Delta \rho_L}{\rho})}{2W\rho g \cdot t_F} \right| = 6,0 \cdot 10^{-8} \text{ m}$$

$$\rightarrow \Delta q_{\text{Schweb}} = q_{\text{Schweb}} \left(\frac{\Delta r}{r} + \frac{\Delta d}{d} + \frac{\Delta U_{\text{Schweb}}}{U_{\text{Schweb}}} + \frac{\Delta \rho_L}{\rho_L} + \frac{\Delta \rho_{\text{Öl}}}{\rho_{\text{Öl}}} \right) = 3,2 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

$$\begin{aligned} \rightarrow \Delta e_n &= \left| \frac{\partial e_n}{\partial \eta} \right| \Delta \eta + \left| \frac{\partial e_n}{\partial d} \right| \Delta d + \left| \frac{\partial e_n}{\partial s} \right| \Delta s + \left| \frac{\partial e_n}{\partial \rho} \right| \Delta \rho + \left| \frac{\partial e_n}{\partial t_F} \right| \Delta t_F + \left| \frac{\partial e_n}{\partial t_S} \right| \Delta t_S + \left| \frac{\partial e_n}{\partial U} \right| \Delta U + \left| \frac{\partial e_n}{\partial r} \right| \Delta r \\ &= 18\pi \left(\left(1 + \frac{B}{pr} \right) \left(\frac{1}{t_S} + \frac{1}{t_F} \right) \left(\frac{d}{U} \sqrt{\frac{s^3}{2g\rho t_F}} \frac{3}{2} \sqrt{\eta} \Delta \eta + \sqrt{\frac{\eta^3 s^3}{2g\rho t_F}} \left(\frac{\Delta d}{U} + \frac{d}{U} \frac{\Delta \rho}{2\rho^2} \right) + \frac{d}{U} \sqrt{\frac{\eta^3}{2g\rho t_F}} \frac{3}{2} \sqrt{s} \Delta s \right) \right. \\ &\quad \left. + 18\pi \frac{d}{U} \sqrt{\frac{\eta^3 s^3}{2g\rho t_F}} \left(\left(1 + \frac{B}{pr} \right) \left(\frac{3\Delta t_F}{2t_F^{3/2}} + \frac{\Delta t_F}{2t_S^{3/2}} + t_S^{-2} \Delta t_S \right) + \left(1 + \frac{B}{pr} \right) \left(\frac{1}{t_S} + \frac{1}{t_F} \right) \left(\frac{B\Delta r}{pr^2} + \frac{\left(1 + \frac{B}{pr} \right) \Delta U}{U^2} \right) \right) \right) \\ &= 2,7 \cdot 10^{-19} \text{ C} \end{aligned}$$

Diskussion:

Wie bereits erwähnt fällt bei einem Vergleich der Ladung die durch die 2 verwendeten Messmethoden gewonnen wurde, eine deutliche Diskrepanz auf. Diese kann nicht auf die betrachteten Fehler zurückgeführt werden, sondern muss eine andere Ursache haben.

Außerdem kann keine eindeutige Aussage zur Größe der Elementarladung gemacht werden. In Tabellenwerken wird die Elementarladung als $1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ angegeben. Diese Größe tritt in unseren experimentellen Daten nicht hervor.

Problem: Zu große Gesamtladungen auf den Teilchen, daher ist bei der vorhandenen Statistik keine sinnvolle Aussage möglich. Die Auswertung könnte zwar (z.B. durch Verwendg. einer χ^2 -Methode) verbessert werden, würde aber wahrscheinlich auch keine brauchbaren Ergebnisse liefern.

M. K. V. /